Учреждение образование

«Белорусский Государственный Технологический Университет»

Факультет информационных технологий

Кафедра информационных систем и технологий

Курс «Математическое программирование»

Отчёт по лабораторной работе №3

Решение задачи коммивояжера методом ветвей и границ

Выполнил: студент 2 курса 8 группы Куницкий Никита Дмитриевич

Минск 2017

**Цель работы:** освоить общие принципы решения задач методом ветвей и границ, решить задачу о коммивояжере данным методом, сравнить полученное решение задачи с комбинаторным методом перестановок.

**Задание для выполнения:**

**Задание 1.** Сформулировать условие задачи коммивояжера с параметром n = 13. Для этого:

* принять элементы матрицы расстояний равными:

**Задание 2.** Решить сформулированную задачу методом ветвей и границ.

Дана матрица расстояний:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Город | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | INF | 26 | 34 | INF | 13 |
| 2 | 13 | INF | 28 | 55 | 71 |
| 3 | 15 | 39 | INF | 86 | 63 |
| 4 | 30 | 45 | 42 | INF | 39 |
| 5 | 70 | 79 | 52 | 26 | INF |

αi

|  |
| --- |
| 13 |
| 13 |
| 15 |
| 30 |
| 26 |

Сумма констант приведения по строкам равна 97.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Город | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | INF | 13 | 21 | INF | 0 |
| 2 | 0 | INF | 15 | 42 | 58 |
| 3 | 0 | 24 | INF | 71 | 48 |
| 4 | 0 | 15 | 12 | INF | 9 |
| 5 | 44 | 53 | 26 | 0 | INF |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 0 | 13 | 12 | 0 | 0 |

βi

Сумма констант приведения по столбцам равна 25.

φ = 97 + 25 = 122 – нижняя граница длины маршрута.

Полностью приведённая матрица:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Город | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | INF | 0 | 9 | INF | 0 |
| 2 | 0 | INF | 3 | 42 | 58 |
| 3 | 0 | 11 | INF | 71 | 48 |
| 4 | 0 | 2 | 0 | INF | 9 |
| 5 | 44 | 40 | 14 | 0 | INF |

Исследуем, какая дуга сильнее повлияет на нижнюю границу длины дополнительных кольцевых маршрутов:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Город | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | INF | INF | 9 | INF | 0 |
| 2 | 0 | INF | 3 | 42 | 58 |
| 3 | 0 | 11 | INF | 71 | 48 |
| 4 | 0 | 2 | 0 | INF | 9 |
| 5 | 44 | 40 | 14 | 0 | INF |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Город | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | INF | 0 | 9 | INF | INF |
| 2 | 0 | INF | 3 | 42 | 58 |
| 3 | 0 | 11 | INF | 71 | 48 |
| 4 | 0 | 2 | 0 | INF | 9 |
| 5 | 44 | 40 | 14 | 0 | INF |

φ = 2 φ = 9

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Город | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | INF | 0 | 9 | INF | 0 |
| 2 | INF | INF | 3 | 42 | 58 |
| 3 | 0 | 11 | INF | 71 | 48 |
| 4 | 0 | 2 | 0 | INF | 9 |
| 5 | 44 | 40 | 14 | 0 | INF |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Город | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | INF | 0 | 9 | INF | 0 |
| 2 | 0 | INF | 3 | 42 | 58 |
| 3 | INF | 11 | INF | 71 | 48 |
| 4 | 0 | 2 | 0 | INF | 9 |
| 5 | 44 | 40 | 14 | 0 | INF |

φ = 3 φ = 11

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Город | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | INF | 0 | 9 | INF | 0 |
| 2 | 0 | INF | 3 | 42 | 58 |
| 3 | 0 | 11 | INF | 71 | 48 |
| 4 | INF | 2 | 0 | INF | 9 |
| 5 | 44 | 40 | 14 | 0 | INF |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Город | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | INF | 0 | 9 | INF | 0 |
| 2 | 0 | INF | 3 | 42 | 58 |
| 3 | 0 | 11 | INF | 71 | 48 |
| 4 | 0 | 2 | INF | INF | 9 |
| 5 | 44 | 40 | 14 | 0 | INF |

φ = 0 φ = 3

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Город | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | INF | 0 | 9 | INF | 0 |
| 2 | 0 | INF | 3 | 42 | 58 |
| 3 | 0 | 11 | INF | 71 | 48 |
| 4 | 0 | 2 | 0 | INF | 9 |
| 5 | 44 | 40 | 14 | INF | INF |

φ = 66

Удаление дуги (5, 4) позволяет получить наибольшую сумму констант приведения (66). Выбор этой дуги для ветвления с помощью процедуры BR даст самое большое увеличение нижней границы длины кольцевого маршрута.

Граф решения:

φ = 97 + 25 = 122

φ = 122 + 66 = 188

В случае использования маршрута (5, 4) из приведенной матрицы следует исключить соответствующую строку и столбец.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Город | 1 | 2 | 3 | 5 |
| 1 | INF | 0 | 9 | 0 |
| 2 | 0 | INF | 3 | 58 |
| 3 | 0 | 11 | INF | 48 |
| 4 | 0 | 2 | 0 | 9 |

φ = 0

Граф решения имеет вид:

φ = 97 + 25 = 122 φ = 122 + 0 = 122

φ = 122 + 66 = 188

Дальнейший поиск решения следует осуществлять во множестве R(5, 4), поскольку именно здесь на текущий момент нижняя граница является наименьшей.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Город | 1 | 2 | 3 | 5 |
| 1 | INF | INF | 9 | 0 |
| 2 | 0 | INF | 3 | 58 |
| 3 | 0 | 11 | INF | 48 |
| 4 | 0 | 2 | 0 | 9 |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Город | 1 | 2 | 3 | 5 |
| 1 | INF | 0 | 9 | INF |
| 2 | 0 | INF | 3 | 58 |
| 3 | 0 | 11 | INF | 48 |
| 4 | 0 | 2 | 0 | 9 |

φ = 11 φ = 9

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Город | 1 | 2 | 3 | 5 |
| 1 | INF | 0 | 9 | 0 |
| 2 | INF | INF | 3 | 58 |
| 3 | 0 | 11 | INF | 48 |
| 4 | 0 | 2 | 0 | 9 |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Город | 1 | 2 | 3 | 5 |
| 1 | INF | 0 | 9 | 0 |
| 2 | 0 | INF | 3 | 58 |
| 3 | INF | 11 | INF | 48 |
| 4 | 0 | 2 | 0 | 9 |

φ = 0 φ = 11

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Город | 1 | 2 | 3 | 5 |
| 1 | INF | 0 | 9 | 0 |
| 2 | 0 | INF | 3 | 58 |
| 3 | 0 | 11 | INF | 48 |
| 4 | INF | 2 | 0 | 9 |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Город | 1 | 2 | 3 | 5 |
| 1 | INF | 0 | 9 | 0 |
| 2 | 0 | INF | 3 | 58 |
| 3 | 0 | 11 | INF | 48 |
| 4 | 0 | 2 | INF | 9 |

φ = 0 φ = 3

Удаление дуги (1, 2) позволяет получить наибольшую сумму констант приведения (11). Граф решения имеет вид:

φ = 97 + 25 = 122 φ = 122 + 0 = 122

φ = 122 + 66 = 188 φ = 122 + 11 = 133

В случае использования маршрута (1, 2) из приведенной матрицы следует исключить соответствующую строку и столбец.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Город | 1 | 3 | 5 |
| 2 | 0 | 3 | 58 |
| 3 | 0 | INF | 48 |
| 4 | 0 | 0 | 9 |

φ = 9

Граф решения имеет вид:

φ = 97 + 25 = 122 φ = 122 + 0 = 131 φ = 122 + 9 = 131

φ = 122 + 66 = 188 φ = 122 + 11 = 133

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Город | 1 | 3 | 5 |
| 2 | INF | 3 | 58 |
| 3 | 0 | INF | 48 |
| 4 | 0 | 0 | 9 |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Город | 1 | 3 | 5 |
| 2 | 0 | 3 | 58 |
| 3 | INF | INF | 48 |
| 4 | 0 | 0 | 9 |

φ = 12 φ = 57

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Город | 1 | 3 | 5 |
| 2 | 0 | 3 | 58 |
| 3 | 0 | INF | 48 |
| 4 | INF | 0 | 9 |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Город | 1 | 3 | 5 |
| 2 | 0 | 3 | 58 |
| 3 | 0 | INF | 48 |
| 4 | 0 | INF | 9 |

φ = 9 φ = 12

Граф решения имеет вид:

φ = 97 + 25 = 122 φ = 122 + 0 = 131 φ = 122 + 9 = 131

φ = 122 + 66 = 188 φ = 122 + 11 = 133 φ = 122 + 57 = 179

В случае использования маршрута (3, 1) из приведенной матрицы следует исключить соответствующую строку и столбец.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Город | 3 | 5 |
| 2 | 3 | 58 |
| 4 | 0 | 9 |

φ = 12

Граф решения имеет вид:

φ = 97 + 25 = 122 φ = 122 + 0 = 131 φ = 122 + 9 = 131 φ = 122 + 12 = 134

(4, 3)

(1, 5)

φ = 122 + 66 = 188 φ = 122 + 11 = 133 φ = 122 + 57 = 179

Маршрут: (5, 4)(4, 3)(3, 2)(2, 1)(1, 5). Длина маршрута: 33.

**Задание 3.** Проверить полученное решение при помощи генератора перестановок и включить копию экрана с решением в отчет.